



TITLE:

固体物理学V(講義ノート)

AUTHOR(S):

中嶋, 貞雄

CITATION:

中嶋, 貞雄. 固体物理学V(講義ノート). 物性研究 1967, 8(1): 78-98

ISSUE DATE:

1967-04-20

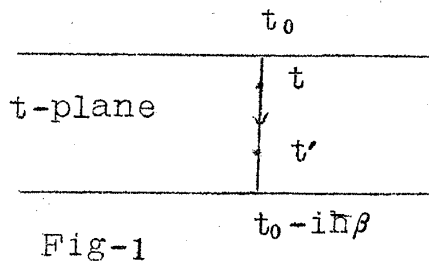
URL:

<http://hdl.handle.net/2433/86018>

RIGHT:

b) Kadanoff-Baym の方法

複素時間平面において thermal Green function を考える。



その場合、外場に対して次の条件を仮定する。

- 1) $u(r, t)$ が複素時間においても意味を失わず、Fig-1 の帯状領域で regular な函数となる。

- 2) $\lim_{\text{Re}(t) \rightarrow -\infty} u(r, t) = 0$

外場がある場合の 1 電子 Green 函数を定義する。

$$G(x, x'; t_0) \equiv - \frac{\langle T [\mathcal{S}_{\text{ex}} \psi(x) \psi^+(x')] \rangle}{\langle T \mathcal{S}_{\text{ex}} \rangle} \quad [7.23]$$

$$\mathcal{S}_{\text{ex}} \equiv \exp \left[- \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^{t_0 - i\hbar\beta} dt \mathcal{H}_{\text{ex}}(t) \right] \quad [7.24]$$

今までの Green 函数で、粒子間の相互作用が摂動展開の主役であつたが、この場合外場が全く同じ役割を演じる。積分は外場を考えに入れるので $t_0 \neq 0$ としてある。

ここで、 $\psi(x)$ は外場がないときの Heisenberg-motion を行う。

$$\psi(x) = e^{\frac{i}{\hbar} \mathcal{H} t} \psi_0(r) e^{-\frac{i}{\hbar} \mathcal{H} t}$$

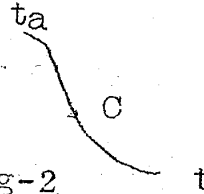
さらに、 $\langle \dots \rangle$ は外場のない場合の熱平衡系での平均である。

$t < t'$ の場合 $G(x, x') = g^<(x, x')$

$$g^<(x, x') \equiv \frac{\langle T[\mathcal{U}_{ex} \psi^+(x') \psi(x)] \rangle}{\langle T \mathcal{U}_{ex} \rangle} \quad [7.25]$$

次に、Fig-2 の経路 C での \mathcal{U}_{ex} を定義する。

$$\mathcal{U}(t; t_0) \equiv T_0 \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt_1 \mathcal{H}_{ex}(t_1)\right] \quad \text{Fig-2} \quad [7.26]$$



T_0 , 経路 C 上での時間の順序をそろえる。

$$\begin{aligned} & T[\mathcal{U}_{ex} \psi^+(x') \psi(x)] \\ &= \mathcal{U}_{ex}(t_0 - i\hbar\beta; t_0) \mathcal{U}_{ex}^{-1}(t'; t_0) \psi^+(x') \mathcal{U}_{ex}(t'; t_0) \mathcal{U}_{ex}^{-1}(t, t_0) \psi(x) \mathcal{U}_{ex}(t; t_0) \end{aligned}$$

この形式で t, t' を一般の複素時間に拡張する。

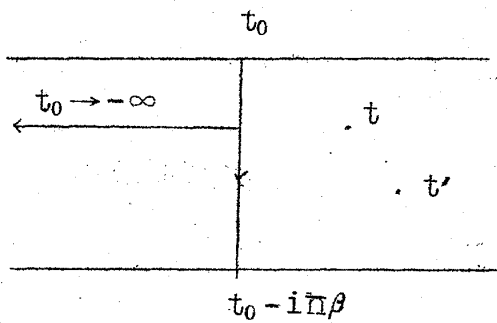


Fig-3

ここで、 t, t' を固定して $t_0 \rightarrow -\infty$ の操作をする。この極限では、それぞれ

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{ex} &= \mathcal{U}_{ex}(t_0 - i\hbar\beta; t_0) \longrightarrow 1 \\ \mathcal{U}_{ex}^{-1}(t'; t_0) &\longrightarrow L^{-1}(t') \quad [7.27] \\ \mathcal{U}_{ex}(t; t_0) &\longrightarrow L(t) \end{aligned}$$

すると [7.25] は

$$g^<(x, x') = \langle L^{-1}(t') \psi^+(x') L(t') L^{-1}(t) \psi(x) L(t) \rangle \quad [7.28]$$

t, t' を実数時間にして、 $t = t'$ とすれば、

$$\begin{aligned} \rho^{(1)}(r, \sigma; r', \sigma'; t) &\equiv g^<(r, \sigma, t; r', \sigma', t) \\ &= \langle L^{-1}(t) \psi_{\sigma'}^+(r', t) \psi_{\sigma}(r, t) L(t) \rangle \\ &= \langle \psi_{\sigma'}^+(r') \psi_{\sigma}(r) \rangle_t. \end{aligned} \quad [7.29]$$

$\rho^{(1)}$ は一体の "reduced density matrix" であり、我々の問題にする物

中嶋貞雄

理量は、このような量の1次結合で表わされることが多い。

[7.24] の内の積分、 $\int_{t_0}^{t_0-i\hbar\beta} dt \mathcal{U}_{\text{ex}}(t) = \int dx \mathcal{U}(x) \psi^+(x) \psi(x)$ は一般に計算は困難である。

次に、我々は相互作用ハミルトニアン \mathcal{U}_I についての摂動展開を行なわなければならない。

外場のない全ハミルトニアンを、equilibrium のと同じ、 $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{U}_I$ にとる。

[7.24] の定義で、 ψ^+, ψ は、 \mathcal{H} によつて定まる Heisenberg-motion を行つたが、今度は \mathcal{H}_0 にのみによつて motion を定める。この量には記号 \sim をそえる。

$$\text{相互作用表示で、} \quad \tilde{\psi}(x) = e^{\frac{i}{\hbar} \mathcal{H}_0 t} \psi_\sigma(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} \mathcal{H}_0 t} . \quad [7.30]$$

これを用いて、今までの ψ を表わすと

$$\begin{aligned} \psi(x) &= e^{\frac{i}{\hbar} \mathcal{H} t} \psi_\sigma(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} \mathcal{H} t} \\ &= \tilde{\mathcal{S}}_{\text{int}}^{-1}(t; t_0) \tilde{\psi} \tilde{\mathcal{S}}_{\text{int}}(t; t_0) . \end{aligned} \quad [7.31]$$

$\tilde{\mathcal{S}}_{\text{int}}(t; t_0)$ についてこの運動方程式をたてて、適当な初期条件でとけば

$$\tilde{\mathcal{S}}_{\text{int}}(t; t_0) = T \exp \left[-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt, \tilde{\mathcal{U}}_I(t_1) \right] . \quad [7.32]$$

$$\tilde{\mathcal{U}}_I(t) \equiv e^{\frac{i}{\hbar} \mathcal{H}_0 t} \mathcal{U}_I e^{-\frac{i}{\hbar} \mathcal{H}_0 t} \quad [7.33]$$

[7.23] の分子を展開すれば、n 次の factor として

$$e^{-\beta \mathcal{U}} T [\psi^+(x_1) \psi(x_1) \cdots \psi^+(x_n) \psi(x_n) \psi(x) \psi^+(x')]]$$

のようになるが、これに対して新たに相互作用表示をとれば

$$= e^{-\beta \mathcal{H}_0} T [\tilde{\mathcal{S}}_{\text{int}} \tilde{\psi}^+(x_1) \tilde{\psi}(x_1) \cdots \tilde{\psi}^+(x_n) \tilde{\psi}(x_n) \tilde{\psi}(x) \tilde{\psi}^+(x')] . \quad [7.34]$$

ここで、

$$\tilde{\mathcal{A}}_{\text{int}} \equiv \tilde{\mathcal{A}}_{\text{int}}(t_0 - i\hbar\beta; t_0) \quad [7.35]$$

1 電子 Green 函数に対しては、

$$e^{-\beta\mathcal{U}} T[\tilde{\mathcal{A}}_{\text{ex}} \psi(x) \psi^+(x')] = e^{-\beta\mathcal{U}_0} T[\tilde{\mathcal{A}}_{\text{ex}} \tilde{\mathcal{A}}_{\text{int}} \psi(x) \psi^+(x')] \quad [7.36]$$

$$\tilde{\mathcal{A}}_{\text{ex}} = T \exp \left[-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^{t_0 - i\hbar\beta} dt \tilde{\mathcal{U}}_{\text{ex}}(t) \right].$$

外場の operator をすべて相互作用表示にすると、分子は

$$\langle T[\tilde{\mathcal{A}}_{\text{ex}} \psi(x) \psi^+(x')] \rangle = \frac{\text{Tr}(e^{-\beta\mathcal{U}_0})}{\text{Tr}(e^{-\beta\mathcal{U}})} \langle T[\tilde{\mathcal{A}}_{\text{ex}} \tilde{\mathcal{A}}_{\text{int}} \psi \psi^+] \rangle_0 \quad [7.37]$$

$\langle \dots \rangle_0$ は相互作用のない系での平均を表わす。

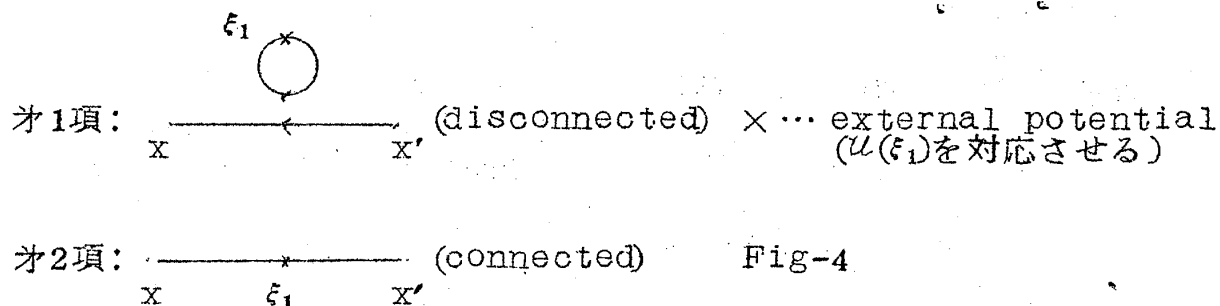
分母も同様に行えば

$$G(x, x') = - \frac{\langle T[\tilde{\mathcal{A}}_{\text{ex}} \tilde{\mathcal{A}}_{\text{int}} \psi(x) \psi^+(x')] \rangle_0}{\langle T[\tilde{\mathcal{A}}_{\text{ex}} \tilde{\mathcal{A}}_{\text{int}}] \rangle_0} \quad [7.38]$$

2つの摂動因子 $\tilde{\mathcal{A}}_{\text{ex}}$, $\tilde{\mathcal{A}}_{\text{int}}$ に対して Wick の定理を用いて展開すれば、適当なグラフに各項は対応されるが、前と同様に connected diagram のみを考えるならば、分母は 1 としてもよい。

例として、 \mathcal{U}_{ex} について 1 次、 \mathcal{U}_{int} について 0 次までとつた Green 函数は、

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \int d\varepsilon_1 \langle T[\tilde{\mathcal{U}}_{\text{ex}}(\varepsilon_1) \psi(x) \psi^+(x')] \rangle_0 \\ &= \left(-\frac{i}{\hbar} \right) \int d\varepsilon_1 u(\varepsilon_1) \{ \langle T\psi^+(\varepsilon_1) \psi(\varepsilon_1) \rangle_0 \langle T\psi(x) \psi^+(x') \rangle_0 \\ & \quad - \langle T\psi^+(\varepsilon_1) \psi(x) \rangle_0 \langle T\psi^+(x') \psi(\varepsilon_1) \rangle_0 \}. \end{aligned} \quad [7.39]$$

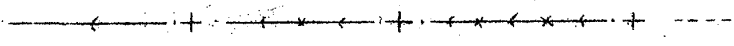


高次の項を含めれば、 \mathcal{U}_{int} の寄与も入ってきて、グラフは複雑になる。

c) Green 函数についての一般的な性質

\mathcal{U}_{int} について次数を固定し、 \mathcal{U}_{ex} について総和をとる。(free のグラフ "×" 点を入れていく)

自由粒子 

外場を入れて和をとると 

このような外場の電子線についての効果を全部入れたものを2重線で表わす。

$$\text{Diagram of double line} = \text{Diagram of single line with interactions} \quad [7.40]$$

外場のないときと同様に、自己エネルギー型のグラフに注目して総和をとる。

すると、 \mathcal{U}_{int} と \mathcal{U}_{ex} が入って Green 函数は、

$$\text{Diagram of double line} = \text{Diagram of single line} + \text{Diagram with self-energy loop} + \text{Diagram with two self-energy loops} \quad [7.41]$$

自己エネルギーの部分 Σ を表わせば、

$$\Sigma = \text{Diagram of self-energy loop} = \text{Diagram of self-energy loop with external field} + \text{Diagram of self-energy loop with external field} + \text{Diagram of self-energy loop with external field} + \text{Diagram of self-energy loop with external field} \quad [7.42]$$

上図で明らかなように、自己エネルギーの電子線には外場の効果 $[7.42]$ をすべて入れた2重線がある。外場のない場合と同様に Σ は、Skelton (compact) diagram の電子線のすべての部分に、自己エネルギー型のグラフをすべて含めたグラフで表わされるから、

$$\Sigma = \text{[diagram: a circle with a wavy line below it]} + \text{[diagram: a cloud-like shape]} + \text{[diagram: two cloud-like shapes]} + \dots$$

$$= [G \text{ の汎函数と考えれば、外場のない時と同形である}] \quad [7.43]$$

これは、グラフを時空間表示で考える場合の話で、エネルギー、運動量表示にした場合は、外場があるために保存則がなくなる。

[7.40]により、外場がある場合の電子線 \longleftrightarrow に対する Green 函数 $G'(x_1; x_2)$ は積分方程式の形で、

$$G'(x_1; x_2) = G^{(0)}(x_1 - x_2) + \frac{i}{\hbar} \int dx_3 G^{(0)}(x_1 - x_3) U(x_3) G'(x_3, x_2). \quad [7.44]$$

$G^{(0)}$ は自由粒子に対する Green 函数であり相対座標に依存しているが、 G' は外場があるのでそうでない。 $G^{(0)}$ に対する運動方程式は、化学ポテンシャル μ を外場にくり込んで、

$$\left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 \right] G^{(0)}(x_1 - x_2) = -i\hbar \delta(x_1 - x_2) \quad [7.45]$$

[.....] の部分を演算子として [7.44] に作用させると、

$$\left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 \right] G'(x_1, x_2) = -i\hbar \delta(x_1 - x_2) + U(x_1) G'(x_1, x_2).$$

書きかえて、

$$\left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - U(x_1) \right] G'(x_1, x_2) = -i\hbar \delta(x_1 - x_2). \quad [7.46]$$

[7.41]により、外場がある場合の自己エネルギーを含んだ exact な電子線 \longleftrightarrow に対する Green 函数 $G(x_1, x_2)$ には、積分方程式の形で、

$$G(x_1, x_2) = G'(x_1, x_2) + \frac{i}{\hbar} \int dx_3 \int dx_4 G'(x_1, x_3) \Sigma(x_3, x_4) G(x_4, x_2). \quad [7.47]$$

[7.46] の [.....] の部分を演算子として、上式に作用させると、

$$\left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - u(x_1) \right] G(x_1, x_2) = -i\hbar \delta(x_1 - x_2) \\ + \int dx_4 \Sigma(x_1, x_4) G(x_4, x_2) .$$

$$(\text{Dyson equation}) \quad [7.48]$$

この方法は外場がなく、時空間依存性が $(x_1 - x_2)$ の場合は Fourier 変換でとける。 Σ が G の函数としてわかれば閉じた方程式となる。

この方程式に x_2 について共役なものは、

$$\left[-i\hbar \frac{\partial}{\partial t_2} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 - u(x_2) \right] G(x_1, x_2) = -i\hbar \delta(x_1 - x_2) \\ + \int dx_3 G(x_1, x_3) \Sigma(x_3, x_2) \quad [7.49]$$

一般に G はスピン座標については matrix であり、上式はマトリックスの積を含むが、以後は、簡単のため、スピン independent な G を考えるとする。

$$G \sigma_1 \sigma_2 (r_1, t_1; r_2, t_2) = \delta \sigma_1 \sigma_2 G(r_1, t_1; r_2, t_2) .$$

したがって、磁場が存在するときや強磁性などの議論には用いられない。実は、スピンを一般的な形で含む K.B. 方法の拡張は今のところ、よくわかっていない。Kadanoff と Baym は、実数時間に対する Green 函数を求めろのに、[7.48] の Dyson eq. を実数時間へ解析接続を行つた。

G や Σ は T-ordering があるために、時間について不連続である。

$$G(1, 2) \equiv \begin{cases} G^>(1, 2) . & t_1 > t_2 \\ G^<(1, 2) . & t_1 < t_2 \end{cases} \quad [7.50]$$

$$\Sigma(1, 2) \equiv \begin{cases} \Sigma^>(1, 2) . & t_1 > t_2 \\ \Sigma^<(1, 2) . & t_1 < t_2 \end{cases} \quad [7.51]$$

Dyson eq. で、左辺は単なる置きかえでよいし、右辺の δ -function は

落ちるが、問題は積分の時間順序である。

今、仮りに $t_1 < t_2$ とする。そして積分路を Fig-5 のように 3 部分に分けて考える。
[7.49] の積分はそれに応じて 3 部分に分れる。

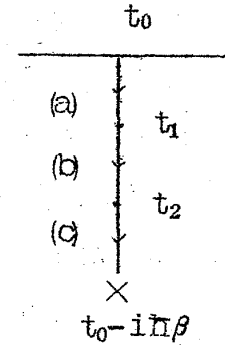


Fig-5

$$\begin{aligned} & \int_{t_0}^{t_0 - i\hbar\beta} dt_3 \mathcal{L}(1, 3) G(3, 2) \\ &= \int_{t_0}^{t_1} dt_3 \mathcal{L}^>(1, 3) G^<(3, 2) + \int_{t_1}^{t_2} dt_3 \mathcal{L}^<(1, 3) G^<(3, 2) + \int_{t_2}^{t_0 - i\hbar\beta} dt_3 \mathcal{L}^<(1, 3) G^>(3, 2) . \\ &= \int_{t_0}^{t_1} dt_3 (\mathcal{L}^> - \mathcal{L}^<) G^< + \int_{t_0}^{t_2} dt_3 \mathcal{L}^< (G^< - G^>) + \int_{t_0}^{t_0 - i\hbar\beta} dt_3 \mathcal{L}^<(1, 3) G^>(3, 2) . \quad [7.52] \end{aligned}$$

ここで、 t_1, t_2 は任意の複素時間に固定して、 $t_0 \rightarrow -\infty$ の操作を行なえば、3 項の積分内の Green 関数は、一般の多体系では、 $\text{Re}(t_3 - t_2) \rightarrow \pm\infty$ において、 $G^>(3, 2) \rightarrow 0$ になるので、積分は 0 となる。

また、 $\lim_{t_0 \rightarrow -\infty} G^<(1, 2) = g^<(1, 2)$ であることを用いれば、[7.49] は、

$$\mathcal{L}_1 g^<(1, 2) = -i \int_{-\infty}^{t_1} dx_3 b(1, 3) g^<(3, 2) + \int_{-\infty}^{t_2} dx_3 \mathcal{L}^<(1, 3) I(3, 2) . \quad [7.53]$$

$$b(1, 3) \equiv i(\mathcal{L}^>(1, 3) - \mathcal{L}^<(1, 3)), \quad I(1, 3) \equiv G^<(1, 3) - G^>(1, 3) . \quad [7.54]$$

$$\mathcal{L}_1 \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - u(x_1) . \quad [7.55]$$

[7.54] において、 $\lim_{t_0 \rightarrow -\infty} (-1) G^>(1, 2) = g^>(1, 2)$ であるから、 $I(1, 3) = g^< + g^>$ となる。

[7.53] に共役な方程式は、同様に

$$\mathcal{L}_1 g^>(1, 2) = -\int_{-\infty}^{t_1} dx_3 b(1, 3) g^>(3, 2) - \int_{-\infty}^{t_2} dx_3 \mathcal{L}^>(1, 3) I(3, 2) . \quad [7.56]$$

$$\text{全く同様にして } \mathcal{L}_2^+ \equiv -i\hbar \frac{\partial}{\partial t_2} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 - u(x_2) \text{ に対しても,} \quad [7.57]$$

$$\mathcal{L}_2^+ g^>(1,2) = i \int_{-\infty}^{t_2} dx_3 g^>(1,3) b(3,2) + \int_{-\infty}^{t_1} dx_3 I(1,3) \mathcal{L}^>(3,2) . \quad [7.58]$$

$$\mathcal{L}_2^+ g^<(1,2) = i \int_{-\infty}^{t_2} dx_3 g^<(1,3) b(3,2) - \int_{-\infty}^{t_1} dx_3 I(1,3) \mathcal{L}^<(3,2) . \quad [7.59]$$

$(\mathcal{L}_1^+ g^> + \mathcal{L}_1^+ g^<)$ と $(\mathcal{L}_2^+ g^> + \mathcal{L}_2^+ g^<)$ を考えると I と b とで閉じた方程式をなす。これら方程式系は、 t_1, t_2 の実数時間に対しても成立するので \mathcal{L} が既知ならば G に対する dynamical な問題を考えることができる。

実際に方程式を解く場合、外場のポテンシャルに対して、ある条件を付けなければならない。 u が小さいときの u の 1 次までの議論は Kubo-formula に譲つて、これからは u が、 \mathcal{L} や G の micro scopic な変化に対して、ゆつくりと変化する場合に話をかぎる。

量子力学的方程式から古典論的方程式をひきだす役割をする、Wigner-representation で上の方程式を書きかえる。

まず時空間に対する、相対、重心座標を新しく定める。

$$\left. \begin{aligned} \vec{r} &\equiv \frac{1}{2} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) ; & \vec{\xi} &\equiv \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ t &\equiv \frac{1}{2} (t_1 + t_2) ; & \tau &\equiv t_1 - t_2 \end{aligned} \right\} \quad [7.60]$$

$g^<(1,2) = g^<(\vec{\xi}, \tau ; \vec{r}, t)$ において、物理的考察より、 $\vec{\xi}, \tau$ に対しては micro なスケールで急激な変化があるであろうが、 \vec{r}, t については $u(r, t)$ と同じ程度な緩慢な変化をするであろう。

したがつて、 $\frac{\partial}{\partial \vec{r}}, \frac{\partial}{\partial t}$ についてはその一階の微分で展開をとめる。

たとえば、 \mathcal{L}_1 について調べると、 u について、

$$\begin{aligned} u(x_1) &= u(\vec{r}_1, t_1) = u(\vec{r} + \frac{\vec{\xi}}{2} ; t + \frac{\tau}{2}) \\ &\cong u(\vec{r}, t) + \frac{1}{2} (\vec{\xi} \frac{\partial u(\vec{r}, t)}{\partial \vec{r}} + \tau \frac{\partial u(\vec{r}, t)}{\partial t}) . \end{aligned} \quad [7.61]$$

次に $\varphi^<$ の Fourier 変換を行う。

$$\varphi^<(\vec{\xi}, \tau; \vec{r}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi\hbar} \varphi^<(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}, \vec{\xi} - \omega \tau)}. \quad [7.62]$$

これに対して次の置換を行つて Wigner-表示にうつる。

$$\begin{aligned} \vec{\xi} &\longrightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial \vec{p}}, & \tau &\longrightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial \omega}. \\ \frac{\partial}{\partial \vec{\xi}} &\longrightarrow \frac{i}{\hbar} \vec{p}, & \frac{\partial}{\partial \tau} &\longrightarrow -\frac{i}{\hbar} \omega. \end{aligned} \quad [7.63]$$

$\frac{\partial}{\partial t_1} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \tau} \longrightarrow \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\omega}{i\hbar}$; $\frac{\partial}{\partial r_1} \longrightarrow \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{i\hbar} \vec{p}$ などの置換をすれば \mathcal{L}_1 は、重心座標の 2 階微分を省略して、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 \cong & \frac{i\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial t} + \omega + \frac{i\hbar}{2m} \vec{p} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - \frac{p^2}{2m} - u(\vec{r}, t) \\ & - \frac{i\hbar}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial \vec{r}} \frac{\partial}{\partial \vec{p}} - \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \omega} \right). \end{aligned} \quad [7.64]$$

同様にして、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2^+ \cong & -\frac{i\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial t} + \omega - \frac{i\hbar}{2m} \vec{p} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - \frac{p^2}{2m} - u(\vec{r}, t) \\ & + \frac{i\hbar}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial \vec{r}} \frac{\partial}{\partial \vec{p}} - \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \omega} \right). \end{aligned} \quad [7.65]$$

これより、差をつくると、

$$\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2^+ \cong i\hbar \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial u}{\partial \vec{r}} \frac{\partial}{\partial \vec{p}} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \omega} \right). \quad [7.66]$$

オ 4 項を除いてこの差は Boltzmann-eq. の drift-term に同じである。

記述を簡単にするため、"generalized Poisson bracket" を導入する。

$$(F, G) \equiv \frac{\partial F}{\partial \omega} \frac{\partial G}{\partial t} - \frac{\partial F}{\partial t} \frac{\partial G}{\partial \omega} - \frac{\partial F}{\partial \vec{p}} \frac{\partial G}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial F}{\partial \vec{r}} \frac{\partial G}{\partial \vec{p}}. \quad [7.67]$$

中嶋貞雄

$$=-(G.F).$$

また、 F のある函数 $\phi(F)$ に対しては、

$$(F, \phi(F))=0. \quad [7.68]$$

これを用いれば、[7.66] は $g^<$ に作用した場合は、次のように表わされる。

$$(\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2^+) g^< = i\hbar \left(\omega - \frac{p^2}{2m} - u, g^< \right). \quad [7.69]$$

次に、[7.53], [7.56], [7.58], [7.59] などの積分を一般の形で次のように表わす。

$$X(1, 2) = \int_{-\infty}^{t_1} dx_3 Q(1, 3) R(3, 2). \quad [7.70]$$

x_1, x_2, x_3 の間に次のような新しい座標を導入する。

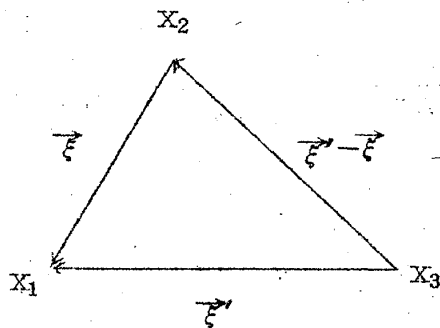


Fig-6

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\vec{r}_1 + \vec{r}_3) &= \frac{1}{2} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) + \frac{1}{2} (\vec{r}_3 - \vec{r}_2) \\ &= \vec{r} + \frac{1}{2} (\vec{\xi} - \vec{\xi}'). \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} (\vec{r}_2 + \vec{r}_3) = \vec{r} - \frac{1}{2} \vec{\xi}'. \quad [7.71]$$

時間についても全く同様に t, τ, τ' を定める。時間座標について $Q(1, 3) \cdot R(3, 2)$ を書きかえると、

$$Q(1, 3) R(3, 2) = Q(\cdots; \tau'; t + \frac{1}{2}(\tau - \tau')) R(\cdots; \tau - \tau'; t - \frac{\tau'}{2})$$

$$\cong Q(\cdots; \tau'; t) R(\cdots; \tau - \tau'; t)$$

$$+ \frac{1}{2} \left\{ (\tau - \tau') \frac{\partial Q}{\partial t} + (\vec{\xi} - \vec{\xi}') \frac{\partial Q}{\partial \vec{r}} \right\} R(\tau - \tau'; t)$$

$$- Q(\tau'; t) \frac{1}{2} \left\{ \tau' \frac{\partial R}{\partial t} + \vec{\xi}' \frac{\partial R}{\partial \vec{r}} \right\}. \quad [7.72]$$

この展開でも $\frac{\partial}{\partial t}$, $\frac{\partial}{\partial \vec{r}}$ は 1 階微分までしかとらない。

[7.22] は空間についても全く同様の書きかえができるが、Fourier 変換すると、空間積分は全空間にわたって積分がゆるされているので、convolution の形、 $\int d\vec{r}' Q(\vec{r}) R(\vec{r}-\vec{r}')$ になつて単なる積になるが、時間座標は t_1 や t_2 で切れているのでならない。そこで時間積分をすこし変形してみる。

変数変換より明らかに、 $\int_{-\infty}^{t_1} dt_3 = \int_0^{\infty} d\tau'$ が成立つ。

また $Q(\tau')$ や $R(\tau-\tau')$ などを Fourier 変換すれば、時間についての積分は、

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} Q(\dots, \tau') R(\dots; \tau-\tau') d\tau' \\ & \longrightarrow \int_0^{\infty} d\tau' \int \frac{d\omega' d\omega}{(2\pi\hbar)^2} e^{-\frac{i}{\hbar}\omega'\tau'} e^{-\frac{i}{\hbar}\omega(\tau-\tau')} Q(\omega') R(\omega). \end{aligned} \quad [7.73]$$

となる。

$\int d\tau'$ の部分を実行すると、収束因子をつけて、

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} d\tau' e^{\frac{i}{\hbar}(\omega-\omega')\tau'} e^{-\sigma^+\tau'} &= \frac{i\hbar}{\omega-\omega'+i0^+} \\ &= i\hbar \left\{ \mathcal{P} \frac{1}{\omega-\omega'} - i\pi \delta(\omega-\omega') \right\}. \end{aligned} \quad [7.74]$$

$\{\dots\}$ の才 2 項は一般の convolution に対応するが、才 1 項は積分範囲が限られたために余計についた部分である。

[7.72] はこれらを用いれば、

$$\begin{aligned} X(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) &= i\hbar [Q_r(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) R(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) + \frac{i\hbar}{2} (Q_r, R) \\ & \quad - \frac{i}{2\hbar} QR + \frac{1}{4} (Q, R)]^{\cdot}. \end{aligned} \quad [7.75]$$

ここで

中嶋貞雄

$$Q_r(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) \equiv \oint \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{Q(\vec{p}, \omega'; \vec{r}, t)}{\omega - \omega'} . \quad [7.76]$$

(\oint は主値積分を意味して、 \oint と同じである)

全く同様に、 $Y(1, 2) \equiv \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 R(1, 3) Q(3, 2)$ に対しても

$$Y(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) = -i\hbar \left[\frac{1}{\hbar} R Q_r - \frac{i}{2} (Q_r, R) + \frac{i}{2\hbar} R Q + \frac{1}{4} (Q, R) \right] . \quad [7.77]$$

Dyson-eq. に [7.75], [7.77] を適用すれば ($\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2^+$) に対して

$$(\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2^+) g^< = i\hbar \left[(b_r, g^<) - \frac{1}{\hbar} b g^< + (I_r, i\mathcal{L}^<) - \frac{i}{\hbar} I \mathcal{L}^< \right] . \quad [7.78]$$

以後次の量を定義して用いる。

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_r(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) &\equiv b_r = \oint \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{b(\vec{p}, \omega'; \vec{r}, t)}{\omega - \omega'} \\ g_r(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) &\equiv I_r = \oint \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{I(\vec{p}, \omega'; \vec{r}, t)}{\omega - \omega'} \end{aligned} \right\} \quad [7.79]$$

[7.78] の Poisson bracket をすべて左辺に集めると、

$$\left(\omega - \frac{p^2}{2m} - \mathcal{E}_r - u, g^< \right) - (g_r, i\mathcal{L}^<) = -\frac{i}{\hbar} (\mathcal{L}^> g^< + \mathcal{L}^< g^>) .$$

同様にして

$$\left(\omega - \frac{p^2}{2m} - \mathcal{E}_r - u, g^> \right) + (g_r, i\mathcal{L}^>) = \frac{i}{\hbar} (\mathcal{L}^> g^< + \mathcal{L}^< g^>) .$$

Poisson bracket は線型演算子だから加えることができる。よつて上式の和は、

$$\left(\omega - \frac{p^2}{2m} - \mathcal{E}_r - u, I \right) + (g_r, b) = 0 . \quad [7.80]$$

種々の形の解の中で物理的に興味のある解は、

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{b}{\left(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u\right)^2 + b^2/4} \\ g_r &= \frac{\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u}{\left(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u\right)^2 + b^2/4} \end{aligned} \right\} \quad [7.81]$$

これが [7.80] の解になつてゐることは、簡単のため

$$\varrho \equiv \omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u, \quad D \equiv \varrho^2 + \frac{b^2}{4}. \quad [7.82]$$

と置換して、[7.81] を [7.80] の左辺に代入して、これらを用いると、

$$\left(\varrho, \frac{b}{D}\right) + \left(\frac{\varrho}{D}, b\right) = \frac{2}{D}(\varrho, b) - \frac{1}{D^2} \{ b(\varrho, D) + \varrho(D, b) \} \quad [7.83]$$

ところが、 $(\varrho, D) = (\varrho, \varrho^2) + (\varrho, \frac{b^2}{4}) = \frac{b}{2}(\varrho, b)$ であるから [7.83] は

$$= \frac{2}{D}(\varrho, b) - \frac{1}{D^2} \left\{ \frac{b^2}{2}(\varrho, b) + 2\varrho^2(\varrho, b) \right\} = 0.$$

よつて [7.81] が typical solution であることが示せた。

また、[7.81] が g_r と I との関係 [7.79] と consistent なことも実際、主値積分を行うことによつて確められる。

平衡系の場合と同様、外場がある非平衡状態の Green 関数の複素エネルギー面での形を次のように定義する。

$$G(\vec{p}, \zeta; \vec{r}, t) \equiv \int \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{I(\vec{p}, \omega'; \vec{r}, t)}{\zeta - \omega'} \quad [7.84]$$

Cauchy-integral.

また、self-energy part Σ に対しても、同様に $b(\vec{p}, \omega'; \vec{r}, t)$ を用いて解析接続により、複素エネルギー面での表示を得る。

$$\Sigma(\vec{p}, \zeta; \vec{r}, t) \equiv \int \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{b(\vec{p}, \omega'; \vec{r}, t)}{\zeta - \omega'} \quad [7.85]$$

Cauchy-integral.

中嶋貞雄

[7.85]に[7.79]を用いれば、Cauchy-integral と主値積分の関係より

$$\Sigma(\dots\omega \pm i0^+) = \Sigma_r \mp \frac{i}{2}b. \quad [7.86]$$

次に [7.84]に[7.79]を用いれば同様にして、

$$G(\dots\omega \pm i0^+) = g_r \mp \frac{i}{2}I. \quad [7.87]$$

これに、[7.81]の解を g_r と I に代入して、[7.86]により Σ_r と b を消去する。

$$\begin{aligned} G(\dots\omega \pm i0^+) &= \frac{\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u}{(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u)^2 + b^2/4} \mp i \frac{1}{2} \frac{b}{(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u)^2 + b^2/4} \\ &= \frac{1}{(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u) \pm i \frac{b}{2}} = \frac{1}{\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r(\omega \pm i0^+) - u}. \end{aligned}$$

これによつて $G(\vec{p}, \zeta; \vec{r}, t)$ は解析接続ができて、

$$G(\vec{p}, \zeta; \vec{r}, t) = \frac{1}{\zeta - \frac{p^2}{2m} - \Sigma(\vec{p}, \zeta; \vec{r}, t) - u(\vec{r}, t)} \quad [7.88]$$

Dyson equation に対する、外場の変化の1次までの近似では、Green 関数において、 G と Σ との関係は、平衡状態の場合と全く同じ形になっていることがわかる。

d) Landau の kinetic equation の導出

今までのところ一般化されたポアソン・ブラケットを使つた Green 関数に対する方程式が得られた。これから適当な近似のもとで Landau の kinetic equation を導くことをやる。

熱平衡系では $g^<$ や $g^>$ という関数はスペクトル関数 $I(\vec{p}, \omega)$ とフェルミ分布関数 $f(\omega)$ を使つて簡単にあらわされて次のようになつていた。

$$g^<(\vec{p}, \omega) = f(\omega) I(\vec{p}, \omega), \quad g^>(\vec{p}, \omega) = (1 - f(\omega)) I(\vec{p}, \omega) \quad (7.89)$$

$$\text{ただし} \quad f(\omega) = \frac{1}{e^{\beta(\omega - \mu)} + 1}$$

$g^<, g^>$ はおのおの粒子と hole を記述するものである。また $f(\omega)$ は絶対零度では step function であつた。また self energy から作つた $\Sigma^>$ や $\Sigma^<$ という関数も $g^>$ などと同じ解析的性質をもつていて

$$i\Sigma^> = (1 - f)r, \quad i\Sigma^< = fr \quad (90)$$

と書かれる。 r は準粒子の寿命で $\omega \approx \mu$ では小さいものであつた。

ここで、熱平衡からのずれが小さい、低温の場合を考える。そのとき g や Σ は熱平衡系するときと同じような性質を持つだろうと思われる。逆に言えばその程度に小さいずれとか低温であるとする。すると (7.89) のように

$$g^<(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) \equiv f(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) I(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) \quad (91)$$

$$g^>(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) = [1 - f(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t)] I(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) \quad (92)$$

と書かれる。 $f(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t)$ と書いたのは準粒子の記述をする、一般化された分布関数で、フェルミ面からはずれた ω に対しては

$$f(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) = \begin{cases} 0 & (\omega \gg \mu(\vec{r}, t)) \\ 1 & (\omega \ll \mu(\vec{r}, t)) \end{cases}$$

であると仮定する。また (7.90) に対しては $\omega \approx \mu(\vec{r}, t)$ で $r \sim 0$ としておく。このような性質を仮定したことは、Dyson 方程式 (7.48) の可能な解のうちで今述べたような解だけを以後考えることにすると言つてもよい。厳密にそのような解の存在を示すことはやめて、ここでは物理的に考えて存在することと思つておく。

さて、 $\omega \approx \mu(\vec{r}, t)$ でスペクトル関数においてローレンツの巾にあたる r を小さいとしているから (...) をデルタ関数で近似して

$$I \cong 2\pi \delta(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) - u(\vec{r}, t))$$

としてよい。また $g^<$ の kinetic equation (7.53) で r を小さいとしていることから $\Sigma^>, \Sigma^<$ が単独で現れる項はおとすことにすれば

$$(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u, g^<) = 0 \quad (93)$$

となり、この $g^<$ に (7.91) を使えば

$$(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u, 2\pi \delta(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u) \cdot f) = 0 \quad (94)$$

になる。ポアソン・ブラケットは一階の微分でできているから積の微分を考えるとこれは

$$\begin{aligned} f \cdot (\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u, \delta(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u)) \\ + 2\pi \delta(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u) (\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - u, f) = 0 \end{aligned} \quad (95)$$

であるが、オ一項は、変数とその関数のポアソン・ブラケットの形で零になつてオ二項だけ残る。そのデルタ関数をはずしたブラケットを X として、それを書き下せば

$$\begin{aligned} X = (1 - \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \omega}) \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial t} (\Sigma_r + u) \frac{\partial f}{\partial \omega} + (\frac{\vec{p}}{m} + \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \vec{p}}) \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} \\ - (\frac{\partial u}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \vec{r}}) \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} \end{aligned} \quad (96)$$

である。今まで f, Σ_r, u の変数を略してきたが、 u は \vec{r} と t , f, Σ_r は $\omega, \vec{p}, t, \vec{r}$ の関数である。(95) で X の前にデルタ関数がかかっているの、その引数が零になる

$$\omega = \frac{p^2}{2m} + \Sigma_r(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t) + u(\vec{r}, t) \quad (97)$$

のところだけ考えればよい。これを満す ω の解が一意に存在するとして

$$\omega = E(\vec{p}; \vec{r}, t) + u(\vec{r}, t) \quad (98)$$

と書く。 $E(\vec{p}; \vec{r}, t)$ は一般化された準粒子のスペクトルと考えてよいが実際そうなっていることはこれから示す。(98)を(97)に入れて考えると

$$E(\vec{p}; \vec{r}, t) + u(\vec{r}, t) = \frac{p^2}{2m} + \Sigma_r(\vec{p}; E(\vec{p}; \vec{r}, t) + u(\vec{r}, t), t) + u(\vec{r}, t)$$

となるが、これを t で微分すれば

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} (E+u) \right)_{\vec{p}, \vec{r}} = \left(\frac{\partial \Sigma_r}{\partial t} \right)_{\vec{p}, \omega, \vec{r}} + \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{\vec{r}} + \left(\frac{\partial \Sigma_r}{\partial \omega} \right)_{\vec{p}, \vec{r}, t} \left(\frac{\partial}{\partial t} (E+u) \right)_{\vec{p}, \vec{r}}$$

で整理して (以後微分するとき止めておく変数は略す)

$$\left(1 - \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \omega} \right) \frac{\partial}{\partial t} (E+u) = \frac{\partial \Sigma_r}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (99)$$

が得られる。同様に \vec{p}, \vec{r} で微分するとそれぞれ

$$\left(1 - \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \omega} \right) \frac{\partial E}{\partial \vec{p}} = \frac{\vec{p}}{m} + \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \vec{p}} \quad (100)$$

$$\left(1 - \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \omega} \right) \frac{\partial E}{\partial \vec{r}} = \frac{\partial}{\partial \vec{r}} (\Sigma_r + u) \quad (101)$$

になり (97)の条件下の微分の式が作られた。

また同じように分布関数にもその条件をつけると、 $n(\vec{p}; \vec{r}, t)$ を

$$n(\vec{p}, \vec{r}, t) \equiv f(\vec{p}, E(\vec{p}; \vec{r}, t) + u(\vec{r}, t); \vec{r}, t) \quad (102)$$

で定義し、時間微分をする。

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{\vec{p}, \vec{r}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\vec{p}, \omega, \vec{r}} + \left(\frac{\partial f}{\partial \omega} \right)_{\vec{p}, \vec{r}, t} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (E+u)$$

の両辺に $(1 - \partial \Sigma_r / \partial \omega)$ をかけて (99)を右辺につかうと

$$(1 - \frac{\partial \Sigma}{\partial \omega}) (\frac{\partial n}{\partial t}) = (1 - \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \omega}) \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial t} (\Sigma_r + \mathcal{U}) \quad (103)$$

となつて (96) のオ一項とオ二項の形が出る。次に X の残り二項を (100), (101) を使つて、(102) を考慮して変形すると

$$\begin{aligned} & (\frac{\vec{p}}{m} + \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \vec{p}}) \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial}{\partial \vec{r}} (\mathcal{U} + \Sigma_r) \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} \\ &= (1 - \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \omega}) \left\{ \frac{\partial E}{\partial \vec{p}} \frac{\partial n}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial}{\partial \vec{r}} (E + \mathcal{U}) \frac{\partial n}{\partial \vec{p}} - \frac{\partial E}{\partial \vec{p}} \frac{\partial f}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} (E + \mathcal{U}) - \frac{\partial}{\partial \vec{r}} (E + \mathcal{U}) \frac{\partial f}{\partial \omega} \cdot \frac{\partial E}{\partial \vec{p}} \right\} \end{aligned} \quad (104)$$

になり、オ三項とオ四項は打消して零になる。

(103) と (104) から (96) の X は

$$(1 - \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \omega}) (\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \vec{p}} \frac{\partial n}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial E}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial n}{\partial \vec{p}})$$

となるが、前についた因数とデルタ関数は前に熱平衡の時 (§ 6 の最後で) 見たように

$$(1 - \frac{\partial \Sigma_r}{\partial \omega}) \delta(\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma_r - \mathcal{U}) = \delta(\omega - E(\vec{p}; \vec{r}, t))$$

だから結局 kinetic equation (95) は

$$\delta(\omega - E(\vec{p}; \vec{r}, t)) (\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \vec{p}} \frac{\partial n}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial E}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial n}{\partial \vec{p}}) = 0$$

となる。これを ω について積分すると目的の方程式が得られる。

$$\frac{\partial n(\vec{p}; \vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{\partial E(\vec{p}; \vec{r}, t)}{\partial \vec{p}} \frac{\partial n(\vec{p}; \vec{r}, t)}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial E(\vec{p}; \vec{r}, t)}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial n(\vec{p}; \vec{r}, t)}{\partial \vec{p}} = 0 \quad (105)$$

この式は一種の分布関数 n が $E(\vec{p}; \vec{r}, t)$ を一体の古典的ハミルトニアンとして運動することを示しており、形の上で Landau の kinetic equation になっている。

この結果について注意することは

- 1) この式は $E + u \approx \mu$ すなわちフェルミ面近くだけで意味をもつ。それは $r \rightarrow 0$ として導いたことがやれなくなり $\varepsilon^>, \varepsilon^<$ は無視できず、スペクトル関数 $I(\vec{p}, \omega; \vec{r}, t)$ がデルタ関数からぼけるからである。また n を準粒子の分布関数である、と素朴に考えることは、同じようにフェルミ面で近くだけで許される。たとえば Landau の式でしたように \vec{p} で和をとればすぐに連続の方程式が得られるが、その時 $\sum_{\vec{p}} n(\vec{p}, \vec{r}, t)$ を全粒子数と考えることは意味がない。 $n(\vec{p}; \vec{r}, t)$ が \vec{p} をフェルミ面から離れたときに何をあらわすかはつきりしないからである。ただ $\sum_{\vec{p}} n(\vec{p}; \vec{r}, t) - \sum_{\vec{p}} n^{(0)}(\vec{p})$ は ($n^{(0)}$ を平衡分布として) ずれがフェルミ面の近くだけであるから意味をもつ。だから Landau の方程式はそのようにずれを問題にする場合に限って適用すればよい。そのことに気をつければ今導いた式は Landau の kinetic equation の一般的な証明になつてゐる。

- 2) いままで考えて来たのは系が Normal state であること、jellium model をつかつてゐること、低温で、ゆつくり変化する外場がかかつてゐる、などの条件のついた場合であつた。この意味で Kadanoff & Baym の理論は未完成である。

この先に進むには次のことが考えられる。

- a) 金属中の電子を考えて周期ポテンシャルの存在を考慮に入れること。但しそれは一般的にいつて意味のあることかどうか疑問である。
- b) long range の ordering を考えに入れる。例えば強磁性状態を扱う。そのときには Green 関数はスピン空間のマトリックスになり今やつて来たような手続ではずつとマトリックスとして扱わねばならず、問題はずつとむづかしくなる。また例えば超伝導状態を考えようとするとやはり G がマトリックスの形になつてしまう。要するに Kadanoff & Baym の理論は形式的には美しいが金属に応用しようとする Landau の方程式以上には役に立たない。

以上ずつと形式論の話をしてきたが、まとめて言えば、熱平衡あるいは熱平衡からのずれが小さいような normal metal に対しては Landau の準粒子像

中嶋貞雄

フェルミ流体の考えを適用することが統計物理の立場から正しいと示されたと言える。一般的なわくとしては Landau の準粒子の見方がよいということであるが、すると問題になるのは現実の金属ではどういふものがどういふ大きさであるのかということになる。また周期ポテンシャルを考えに入れた理論は未だできていない。